



**UAEM**

Universidad Autónoma  
del Estado de México



Universidad Autónoma del Estado de México • Secretaría de Docencia • Dirección de Estudios Profesionales

# **Universidad Autónoma del Estado de México**

## **Licenciatura en Matemáticas 2003**

**Programa de Estudios:**

**Teoría de Grupos**

**UAEM**Universidad Autónoma  
del Estado de México

Universidad Autónoma del Estado de México • Secretaría de Docencia • Dirección de Estudios Profesionales

**I. Datos de identificación**

Licenciatura

**Matemáticas 2003**

Unidad de aprendizaje

**Teoría de Grupos**

Clave

**L31751**

Carga académica

4

2

6

10

Horas teóricas

Horas prácticas

Total de horas

Créditos

Período escolar en que se ubica

1

2

3

4

5

6

7

8

9

Seriación

Álgebra Superior  
Álgebra LinealTeoría de Anillos y Teoría de Galois  
Temas Selectos de Álgebra

UA Antecedente

UA Consecuente

**Tipo de Unidad de Aprendizaje**

Curso

☐

Curso taller

☒

Seminario

☐

Taller

☐

Laboratorio

☐

Práctica profesional

☐

Otro tipo (especificar)

**Modalidad educativa**

Escolarizada. Sistema rígido

☐

No escolarizada. Sistema virtual

☐

Escolarizada. Sistema flexible

☒

No escolarizada. Sistema a distancia

☐

No escolarizada. Sistema abierto

☐

Mixta (especificar)

**Formación común**

Biología 2003

☐

Biotecnología 2010

☐

Física 2003

☐**Formación equivalente****Unidad de Aprendizaje**

Biología 2003

Biotecnología 2010

Física 2003



## II. Presentación

Uno de los objetivos del álgebra es la clasificación de objetos a partir de su estructura algebraica, para esta unidad de aprendizaje la estructura que interesa es la de grupo y su clasificación a través de diversas propiedades que pueden caracterizarlos. En general este objetivo no es fácil de alcanzar en un curso de licenciatura, sin embargo el caso de los grupos abelianos finitos es uno de los pocos casos que sí se puede cubrir, dando así un ejemplo del estilo de la investigación en álgebra. Tiene además el interés de que permite aplicar conceptos como divisibilidad, estudiados en otras unidades de aprendizaje, en grupos cíclicos, productos directos e isomorfismos, que se estudian en esta unidad de aprendizaje.

Las acciones de grupos en conjuntos son una generalización y abstracción de acciones ya estudiadas de grupos sobre objetos geométricos, como el grupo de simetrías del triángulo o del cuadrado, el grupo de rotaciones del cubo o bien del grupo general lineal que actúa sobre  $\mathbb{R}^n$ . Dentro de los tipos de acciones son particularmente interesantes las acciones fieles y las acciones transitivas. Los dos conceptos básicos para el estudio y las aplicaciones de las acciones son el de subgrupo estabilizador y el de órbita. La primera de las aplicaciones de las acciones de grupos finitos es al conteo, para ello se requiere de una herramienta que permita calcular el número de órbitas de un  $G$ conjunto, la cual está dada por la fórmula de Burnside.

El Teorema Fundamental de Grupos Abelianos Finitamente Generados proporciona información completa sobre todos los grupos abelianos finitos, especialmente sobre su estructura y la familia completa de sus subgrupos. El estudio de grupos no abelianos finitos es mucho más complicado, pero a partir de la teoría de Sylow se obtiene amplia e importante información sobre ellos. La estructura de los grupos no abelianos finitos se establece al través de la existencia de determinados subgrupos, y los teoremas de Sylow proporcionan alguna información sobre el número de tales subgrupos y las relaciones entre ellos. Usando los teoremas de Sylow sobre grupos finitos pueden deducirse ciertos hechos sobre grupos de órdenes determinados, especialmente si el orden del grupo tiene pocos divisores es posible desarrollar técnicas que son de utilidad para determinar la estructura del grupo. Sin embargo, si el orden del grupo finito es altamente compuesto, es decir, el número de divisores es grande, el problema en general es muy difícil.



### III. Ubicación de la unidad de aprendizaje en el mapa curricular

Núcleo de formación:	Sustantivo
Área Curricular:	Álgebra
Carácter de la UA:	Obligatoria

### IV. Objetivos de la formación profesional.

#### Objetivos del programa educativo:

Formar matemáticos competentes, capaces de resolver problemas de matemática pura y aplicada, participar en proyectos de investigación en su área, así como auxiliar a otras áreas del conocimiento y de la actividad social, tales como otras científicas y tecnológicas; formar también profesionistas con espíritu crítico y actitud de servicio.

#### Objetivos del núcleo de formación:

#### Objetivos del área curricular o disciplinaria:

Conocer las estructuras y subestructuras algebraicas fundamentales, espacios vectoriales, grupos, anillos, campos, módulos, etc. Clasificar objetos de las estructuras antes mencionadas, es decir, cuando son isomorfas.

### V. Objetivos de la unidad de aprendizaje.

Conocer los fundamentos de la teoría de grupos, identificar grupos isomorfos, manejar y aplicar los grupos de permutaciones, aplicar los teoremas de Sylow y conocer el teorema fundamental de los grupos abelianos finitos.

### VI. Contenidos de la unidad de aprendizaje y su organización

#### Unidad 1.

**Objetivo:** Estudiar operaciones binarias, para poder introducir el concepto de grupo. Estudiar grupos, subgrupos y el orden de un grupo para conocer y utilizar el Teorema de Lagrange. Investigar grupos cíclicos, grupos de funciones, simétricos, alternantes y diédricos para obtener una clasificación inicial de grupos. Conocer la estructura de productos (interno y externo) de grupos y analizar sus propiedades para manejar más ejemplos de grupos y para obtener posteriores clasificaciones de grupos

##### 1.1 Operaciones binarias



- 1.2 Grupos y grupos abelianos
- 1.3 Subgrupos
- 1.4 Orden de un grupo y grupos finitos
- 1.5 Orden de elementos y subgrupos cíclicos
- 1.6 Grupos de Funciones
- 1.7 Grupos simétricos
- 1.8 Grupos alternantes
- 1.9 Grupos diédricos
- 1.10 Productos de grupos

## Unidad 2.

**Objetivo:** Usar el concepto de homomorfismo de grupos para relacionar grupos. Conocer el grupo cociente mediante su estructura como grupo y la estructura interna de sus elementos, para identificar diversas propiedades del grupo inicial.

- 2.1 Homomorfismo de grupos, núcleo e imagen
- 2.2 Subgrupo normal y grupo cociente
- 2.3 La relación de conjugación

## Unidad 3.

**Objetivo:** Introducir el concepto de isomorfismo para clasificar grupos en clase de isomorfía. Aplicar el Teorema Fundamental de Grupos Abelianos Finitamente Generados para conocer la estructura de los grupos abelianos finitos mediante la identificación de su clase de isomorfía.

- 3.1 Teoremas de isomorfismos
- 3.2 Grupos isomorfos
- 3.3 Grupos finitamente generados
- 3.4 Grupos abelianos
- 3.5 Teorema Fundamental de Grupos Abelianos
- 3.6 Finitamente Generados
- 3.7 Grupos inescindibles y escindibles
- 3.8 Aplicaciones a los grupos abelianos finitos



UAEM

Universidad Autónoma  
del Estado de México



Universidad Autónoma del Estado de México • Secretaría de Docencia • Dirección de Estudios Profesionales

## Unidad 4.

**Objetivo:** Estudiar G-conjuntos, es decir, acciones de grupos en conjuntos, particularmente en conjuntos finitos, e identificar los principales conceptos teóricos relacionados con estas acciones, para establecer las aplicaciones de la teoría de grupos a las técnicas de conteo. Conocer la Teoría de Sylow para determinar la estructura de grupos finitos, particularmente de grupos no abelianos

- 4.1 Noción de acciones de grupos
- 4.2 Tipos de acciones
- 4.3 Subgrupos estabilizadores
- 4.4 Órbitas de G-conjuntos
- 4.5 Fórmula de Burnside p-Grupos
- 4.6 Teoremas de Sylow
- 4.7 Aplicaciones a p-Grupos
- 4.8 Ecuación de Clase
- 4.9 Aplicaciones a grupos finitos

## VII. Sistema de evaluación

Prontuarios 10 %  
Tareas 10 %  
Exámenes 70 %  
Otras actividades 10 %

## VIII. Acervo bibliográfico

Bhattacharya, P. B., Jain, S.K., Nagpaul, S. R., Basic Abstract Algebra, 2nd., Cambridge University Press. 1994

Birkhoff, G, MacLane, S., A Survey of Modern Algebra, A.K. Peters/CRC Press, New York, 1998.

Fraleigh J. B., A First Course in Abstract Algebra, 6th. Ed. Addison Wesley. USA, 1998.

Fraleigh, J. B., A First Course in Abstract Algebra, 7th. Ed. Addison Wesley. USA, 2002.

Hall M. Jr., Teoría de los Grupos, Editorial Trillas. México, 1979.



UAEM

Universidad Autónoma  
del Estado de México



Universidad Autónoma del Estado de México • Secretaría de Docencia • Dirección de Estudios Profesionales

Herstein I. N., Álgebra Abstracta, Grupo Editorial Iberoamérica. México, 1988.

Herstein I. N., Álgebra Moderna. Editorial Trillas. México, 1979.

Lang, S., Algebra, 3th. Ed., Springer Verlag, 2002.

Lang, S., Undergraduate Algebra, 3th. Ed., Springer Verlag, 2005

Montaño Bermúdez G., Teoría de Grupos, Notas de Clase. Fac. de Ciencias. UAEM. Toluca 2005.

[11] Mutaftian C., Álgebra I: Generalidades y Grupos, CECSA. México, 1979

O'Brein H. H., Estructuras Algebraicas III (Grupos Finitos), OEA. Washington, 1981.

Robinson D. J. S., A Course in the Theory of Groups, Springer-Verlag. New York, 1993.

Rotman J. J., An Introduction to the Theory of Groups. Springer-Verlag. New York, 1995.

Wallace D. A. R., Grupos, Limusa. México, 1978.