



UAEM

Universidad Autónoma
del Estado de México

Lic. en Matemáticas



Programa de Estudio por Competencias
GEOMETRÍA HIPERBÓLICA

1. IDENTIFICACIÓN DEL CURSO

ORGANISMO ACADÉMICO : FACULTAD DE CIENCIAS								
Programa Educativo: LICENCIATURA DE MATEMÁTICAS					Área de docencia: ACADEMIA DE MATEMÁTICAS			
Aprobación por los H.H. Consejos Académico y de Gobierno		Fecha: 25 de enero de 2008		Programa elaborado por: FERNANDO ALBERTO ONGAY LARIOS ENRIQUE CASTAÑEDA ALVARADO				
Nombre de la Unidad de Aprendizaje: GEOEMTRÍA HIPERBÓLICA						Fecha de elaboración : 10 de enero de 2008		
Clave	Horas de teoría	Horas de práctica	Total de horas	Créditos	Tipo de Unidad de Aprendizaje	Carácter de la Unidad de Aprendizaje	Núcleo de formación	Modalidad
L31772	5	0	5	10	CURSO	OPTATIVA	INTEGRAL	PRESENCIAL
Prerrequisitos (Conocimientos Previos) Se sugiere que el alumno tenga de geometría diferencial, variable compleja y conocimientos básicos de topología.		Unidad de Aprendizaje Antecedente Geometría Diferencial intrínseca (Recomendada) Teoría de Funciones Analíticas Complejas (Recomendada)			Unidad de Aprendizaje Consecuente Temas Avanzados de Geometría (Sugerida) Temas Selectos de Geometría (Sugerida) Geometría Riemanniana (Sugerida) Geometría Diferencial Global (Sugerida)			
Programas en los que se imparte: LICENCIATURA DE MATEMÁTICAS								



II. PRESENTACIÓN

Se denomina **geometría no euclídeana** a cualquier forma de geometría cuyos postulados y propiedades difieren en algún punto de los postulados de la geometría convencional formulada por Euclides. El primer ejemplo de geometría no euclídea fue la geometría hiperbólica, construida independientemente por varios autores a principios del siglo XIX. A principios del siglo XIX, y de modo independiente, Gauss (1777-1855), Lobachevsky (1792-1856), János Bolyai y Ferdinand Schweickard lograron construir la geometría hiperbólica, a partir del intento de negar el quinto postulado de Euclides y obtener una contradicción. En lugar de obtener una contradicción lo que obtuvieron fue una curiosa geometría en la que los tres ángulos de un triángulo tenían ángulos que juntos sumaban menos de 180° (en la geometría euclídea los ángulos de cualquier triángulo suman siempre exactamente 180°). La naturalidad de esta geometría quedó confirmada a finales del siglo, cuando Beltrami demostró que la geometría hiperbólica coincide con la geometría intrínseca de cierta superficie y Klein dio la interpretación proyectiva de la geometría hiperbólica. Ambos resultados prueban que es tan consistente como la Geometría euclídea (es decir, si la geometría hiperbólica lleva a alguna contradicción, entonces la geometría euclídea también).

Algunos afirman que Gauss fue el primero en considerar la posibilidad de que la geometría del Universo no fuera la euclídea. Sabiendo que en la geometría hiperbólica la suma de los ángulos de cualquier triángulo es menor que dos rectos, se dice que subió a la cima de tres montañas con un teodolito, aunque la precisión de sus instrumentos no fue suficiente para decidir la cuestión con tal experimento. Sin embargo, otros afirman que cuando escribió que trataba de corregir los efectos de posibles curvaturas se refería a corregir el efecto de la curvatura terrestre en los estudios cartográficos que estaba realizando. Podría muy bien suceder que la geometría hiperbólica fuera realmente verdadera en nuestro mundo a escala cosmológica. Sin embargo, la constante de proporcionalidad entre el déficit de ángulo para un triángulo y su área tendría que ser *extraordinariamente* pequeña en este caso, y la geometría euclídea sería una excelente aproximación a esta geometría para cualquier escala ordinaria.

Los primeros ejemplos de geometrías no euclídeas se lograron tratando de construir modelos explícitos en el que el quinto postulado de Euclides fuera falso. En esta unidad de aprendizaje se estudian algunos de sus modelos, usando técnicas de la variable compleja.



UAEM

Universidad Autónoma
del Estado de México

Lic. en Matemáticas



III. LINEAMIENTOS DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

DOCENTE	DISCENTE
<ul style="list-style-type: none">• Realizar el encuadre correspondiente.• Realizar un examen de diagnóstico.• Cubrir con el programa en su totalidad.• Fomentar la participación de los discentes.• Evaluar la unidad de aprendizaje.• Fomentar el intercambio de experiencias.	<ul style="list-style-type: none">• Conocer y aceptar el encuadre.• Responsabilidad, honestidad y actitud asertiva en cada una de las actividades del curso.• Disponibilidad para el intercambio de experiencias.

IV. PROPÓSITO DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

Identificar los modelos para el espacio hiperbólico y sus principales propiedades acerca de geodésicas y curvatura, comprender los conceptos de variedad hiperbólica, teoremas de rigidez en el caso de variedades compactas, el Lema de Margulis y sus aplicaciones a la geometría local de superficies hiperbólicas.

Dirección de Estudios Profesionales



UAEM

Universidad Autónoma
del Estado de México

Lic. en Matemáticas



V. COMPETENCIAS GENÉRICAS

Investigar y modelar problemas de otras disciplinas en las que se puede aplicar técnicas de la Geometría Hiperbólica. Aplicar los conceptos de la geometría hiperbólica a otras áreas de la matemática como la Topología. Divulgar, en otros ámbitos escolares, culturales y sociales esta área.

VI. ÁMBITOS DE DESEMPEÑO

Instituciones de investigación y estudios superiores. Dependencias y organismos públicos. La banca e instituciones financieras. La industria.

VII. NATURALEZA DE LA COMPETENCIA

(Inicial, entrenamiento, complejidad creciente, ámbito diferenciado)

Todas las competencias son de complejidad creciente.

Dirección de Estudios Profesionales



UAEM

Universidad Autónoma
del Estado de México

Lic. en Matemáticas



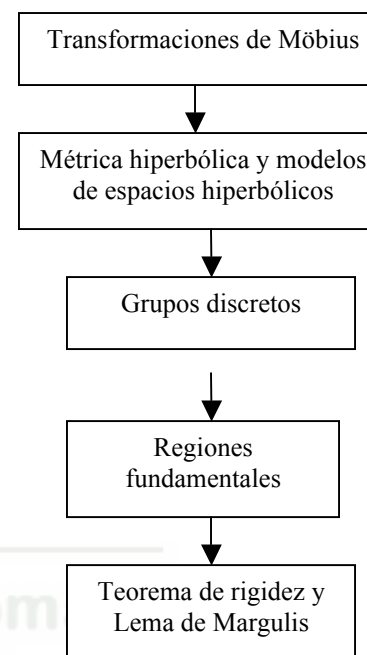
VIII. ESTRUCTURA DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

Estudiar las transformaciones de Möbius complejas para usarlas más tarde, como transformaciones geométricas.

Definir y estudiar la métrica hiperbólica, modelos de espacios y variedades hiperbólicas, los grupos discretos y el conjunto límite de un grupo discreto, para el estudio de propiedades (teoremas) geométricos relativos a regiones fundamentales, construcción del polígono de Dirichlet y el polígono de Ford.

Conocer el teorema de rigidez para el caso compacto y el lema de Margulis para su aplicación a la geometría local de superficies y variedades hiperbólicas.

IX. SECUENCIA DIDÁCTICA





X. DESARROLLO DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE

UNIDAD DE COMPETENCIA I		ELEMENTOS DE COMPETENCIA		
		Conocimientos	Habilidades	Actitudes/Valores
Planteamiento de proposiciones para ser demostradas en Geometría Hiperbólica.		Transformaciones de Möbius complejas. Métrica hiperbólica, modelos de espacios y variedades hiperbólicas, Discontinuidad, grupos discretos y el conjunto límite de un grupo discreto. Regiones fundamentales, construcción del polígono de Dirichlet y el polígono de Ford. Teorema de rigidez para el caso compacto y el lema de Margulis y su aplicación a la geometría local de superficies y variedades hiperbólicas.	Identificación de hipótesis y conclusiones relacionarlos con resultados previos. Intuición sobre la veracidad o falsedad de una afirmación	Disciplina y orden
Estrategias Didácticas: Demostración del profesor. Lectura individual de textos. Trabajos individuales por escrito. Exposiciones orales individuales. Aprendizaje basado en problemas. Trabajar con los alumnos en forma individual y en grupos pequeños.		RECURSOS REQUERIDOS Libros de texto y de consulta [1] al [13]. Problemarios de los mismos textos. Pizarrón, proyector de acetatos, cañón y procesador de textos científicos (LATEX o Scientific Workplace)		TIEMPO DESTINADO
CRITERIOS DE EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO I		EVIDENCIAS		
		DESEMPEÑO / PRODUCTOS		
Estructura lógica correcta y uso adecuado de conceptos		Trabajos orales y escritos elaborados con orden y disciplina		
Estructura lógica correcta y uso adecuado de conceptos		Exámenes elaborados con orden y disciplina		



UNIDAD DE COMPETENCIA II		ELEMENTOS DE COMPETENCIA		
		Conocimientos	Habilidades	Actitudes/Valores
Resolución de demostraciones de proposiciones de Geometría Hiperbólica.		Transformaciones de Möbius complejas. Métrica hiperbólica, modelos de espacios y variedades hiperbólicas, Discontinuidad, grupos discretos y el conjunto límite de un grupo discreto. Regiones fundamentales, construcción del polígono de Dirichlet y el polígono de Ford. Teorema de rigidez para el caso compacto y el lema de Margulis y su aplicación a la geometría local de superficies y variedades hiperbólicas.	Razonamiento lógico Identificación de hipótesis y conclusiones relacionarlos con resultados previos. Intuición sobre la veracidad o falsedad de una afirmación	Rigor en el razonamiento. Perseverancia
Estrategias Didácticas: Demostración del profesor. Lectura individual de textos. Trabajos individuales por escrito. Exposiciones orales individuales. Aprendizaje basado en problemas. Trabajar con los alumnos en forma individual y en grupos pequeños.		RECURSOS REQUERIDOS Libros de texto y de consulta [1] al [13]. Problemarios de los mismos textos. Pizarrón, proyector de acetatos, cañón y procesador de textos científicos (LATEX o Scientific Workplace)		TIEMPO DESTINADO
CRITERIOS DE EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO II		EVIDENCIAS		
		DESEMPEÑO / PRODUCTOS		
Razonamiento lógico correcto y uso adecuado de conceptos		Trabajos orales y escritos elaborados con perseverancia y rigor en el razonamiento		
Razonamiento lógico correcto y uso adecuado de conceptos		Exámenes realizados empleando el rigor en los razonamientos		



UAEM

Universidad Autónoma
del Estado de México

Lic. en Matemáticas



UNIDAD DE COMPETENCIA III	ELEMENTOS DE COMPETENCIA		
	Conocimientos	Habilidades	Actitudes/Valores
Redacción y comunicación de las demostraciones de proposiciones de la Geometría hiperbólica	Gramática del español y redacción de textos en general.	Redacción y lectura de resultados matemáticos	Disciplina y orden. Ser cuidadoso en los detalles
Estrategias Didácticas: Demostración del profesor. Lectura individual textos. Trabajos individuales por escrito. Exposiciones orales individuales. Trabajos por equipo.		RECURSOS REQUERIDOS Libros de texto y de consulta [1] al [13]. Problemarios de los mismos textos. Pizarrón, proyector de acetatos, cañón y procesador de textos científicos (LATEX o Scientific Workplace)	TIEMPO DESTINADO
CRITERIOS DE EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO III	EVIDENCIAS		
	DESEMPEÑO / PRODUCTOS		
Claridad en los escritos y uso correcto de la lógica y de los conceptos	Trabajos orales y escritos elaborados con cuidado, disciplina y orden		
Claridad en los escritos y uso correcto de la lógica y de los conceptos	Exámenes realizados con disciplina y orden		

Dirección de Estudios Profesionales



UAEM

Universidad Autónoma
del Estado de México

Lic. en Matemáticas



XI. EVALUACIÓN Y ACREDITACIÓN

EVALUACIÓN

Exámenes	60%
Tareas escritas	15%
Exposiciones orales	15%
Otras actividades	10 %

ACREDITACION

Para acreditar el curso el discente deberá:

- ✓ Asistir a al menos al 80% de las clases de teoría.
- ✓ Asistir a al menos al 80% de las clases de práctica.
- ✓ Tener por lo menos el 50% del valor de los exámenes
- ✓ Tener por lo menos el 50% del valor de las tareas
- ✓ Tener por lo menos el 50% del valor de las exposiciones orales
- ✓ En cada rubro que no se cubra el promedio mínimo la calificación será de 0 puntos
- ✓ Tener una calificación mayor o igual que 6.0 con la evaluación descrita anteriormente.

XII. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Beardon , A. F. The Geometry of Discrete Groups, Graduate Texts in Mathematics, 91, Springer – Verlag, 1995.
- [2] Benedetti R. y Petronio C., Lectures on Hyperbolic Geometry, Springer – Verlag, 1992.
- [3] Hoffman, M. y Marsden J. E., Basic Complex Analysis, W. H. Freeman and Company, 1996.
- [4] Lascurain Orive A. Una introducción a la Geometría Hiperbolica Bidimensional, Facultad de Ciencias, UNAM, 2005.



UAEM

Universidad Autónoma
del Estado de México

Lic. en Matemáticas



- [5] Maskit B., Kleinian Groups, Springer – Verlag, 1987.
- [6] Muciño Raymundo , J., Geometría Hiperbólica – Una introducción usando cálculo y variable compleja, Aportaciones Matemáticas, Comunicaciones 21 (1998) 165-196.
- [7] Ramírez Galarza A. y Seade Kuri J., Introducción a la Geometría Avanzada, Las Prensas de Ciencias, 2002.
- [8] Ramírez Galarza A. y Sienra Loera G., Invitación a las Geometrías no Euclidianas, Las prensas de Ciencias, 2003.
- [9] Ramírez Ogando, G. A., Superficies de Riemann como cocientes de acciones discontinuas en la esfera. Tesis de licenciatura, Facultad de Ciencias, UNAM. 2004.
- [10] Ratcliffe J. G. Foundations of Hyperbolic Manifolds, Graduate Text in Mathematics 149, Springer – Verlag, 1995.
- [11] Rees E., *Notes on Geometry*, Universitexts, Springer Verlag, 1983.
- [12] Thurston, W. P., Three Dimensional Geometry and Topology, vol. 1 edited by Silvio Levy, Princeton Mathematical Series, 35, Princeton University Press, 1997.
- [13] Verjovsky Solá A. , Introducción a la Geometría y las variedades hiperbólicas, Oaxtepec, Morelos, ELAM, 1982.

Universidad Autónoma
del Estado de México

Dirección de Estudios Profesionales